**Individuelle Förderung Mathematik 10. Klasse – 09.11.2009**

Übungsblatt (aus Lambacher-Schweizer, Geometrie 10 G9, S. 18 und S. 36)

**Anmerkung:** Lösungen ohne Gewähr. Nicht alle Lösungen sind vollständig.

**S. 18/6)**

Überlege dir:

- Welche Kreissektoren liegen vor?
- Wie groß ist jeweils der Radius und der Mittelpunktswinkel?
- Achte auf korrekte Schreibweise und nachvollziehbaren Rechenweg.

Äußerer Kreissektor: Radius R, Mittelpunktswinkel $\alpha = 360°-60° = 300°$ (gleichseitiges Dreieck.)

Innerer Kreissektor: Radius r, Mittelpunktswinkel $\alpha = 360°–90° = 270°$ (gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck.)

r ausrechnen mit Pythagoras:

$$r^2 + r^2 = R^2;$$
$$2r^2 = R^2; |:2$$
$$r^2 = \tfrac{1}{2}R^2;$$
$$r = \tfrac{1}{\sqrt{2}}R;$$

Umfang:

$$u = \tfrac{300°}{360°}\cdot 2\pi R + \tfrac{270°}{360°}\cdot 2\pi r = \tfrac{5}{6}\cdot 2\pi R + \tfrac{3}{4}\cdot 2\pi\cdot\tfrac{1}{\sqrt{2}}R = \tfrac{5}{3}\pi R + \tfrac{3}{2\sqrt{2}}\pi R = (\tfrac{5}{3}+\tfrac{3}{2\sqrt{2}})\pi R = \tfrac{20+9\sqrt{2}}{12}\pi R \approx 8{,}57\cdot R$$

**7)**

Unterer Kreissektor: Halbkreis mit Radius a

Linker und rechter Kreissektor: Radius 2a, Mittelpunktswinkel 45° (gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck)

Oberer Kreissektor: Mittelpunktswinkel 90°
Radius: Die gesamte schräge Strecke ist, genauso wie die waagrechte Strecke, 2a lang. Davon muss die Länge der Kathete (ich nenne sie b) im rechtwinkligen Dreieck subtrahiert werden.

Pythagoras:

$$b^2 + b^2 = (2a)^2;$$
$$2b^2 = 4a^2; |:2$$
$$b^2 = 2a^2;$$
$$b = \sqrt{2}\cdot a;$$

Also Radius $2a - \sqrt{2}\cdot a = (2-\sqrt{2})\cdot a$

Umfang:

$$u = \tfrac{1}{2}\cdot 2\pi a + 2\cdot\tfrac{45°}{360°}\cdot 2\pi\cdot 2a + \tfrac{90°}{360°}\cdot 2\pi\cdot(2-\sqrt{2})\cdot a = [\tfrac{1}{2}\cdot 2 + 2\cdot\tfrac{45°}{360°}\cdot 2\cdot 2 + \tfrac{90°}{360°}\cdot 2\cdot(2-\sqrt{2})]\cdot\pi a$$
$$= \tfrac{6-\sqrt{2}}{2}\cdot\pi a \approx 7{,}20\cdot a$$

**S. 36/1)**

1. Würfel mit Kantenlänge 6, aus dem ein Zylinder mit Radius 2 und Höhe 6 ausgeschnitten ist.

   $V = V_W - V_Z = 6 \cdot 6 \cdot 6 - \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 216 - 24\pi \approx 140{,}6$
   Das Volumen beträgt etwa 140,6cm³.
   $O = 6 \cdot A_{Quadrat} - 2 \cdot A_{Kreis} + M_{Zylinder} = 6 \cdot 36 - 2 \cdot \pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot 6 = 216 + 16\pi \approx 266{,}3;$
   Die Oberfläche beträgt etwa 266,3cm².

2. Würfel mit Kantenlänge 6, aus dem zwei Kegel mit Radius 3 und Höhe 3 ausgeschnitten sind.

   $V = 6^3 - 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 216 - 18\pi \approx 159{,}5;$
   Das Volumen beträgt etwa 159,5cm³.
   $O = 6 \cdot A_{Quadrat} - 2 \cdot A_{Kreis} + 2 \cdot M_{Zylinder} = 6 \cdot 36 - 2 \cdot \pi \cdot 3^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 3\sqrt{2} =$
   $216 - 18\pi + 18\sqrt{2}\pi \approx 239{,}4;$
   Die Oberfläche beträgt etwa 239,4cm².

3. Zylinder mit Radius 3 und Höhe 4, aus dem eine dreiseitige Pyramide mit Höhe 4 und gleichseitigem Dreieck als Grundfläche ausgeschnitten ist.
   Berechnung von a ist sehr schwierig!

**S. 36/2)**

4. Würfel mit Kantenlänge 2, auf den ein Kegel mit Radius 3 und Höhe 4 aufgesetzt ist.

   $V = V_W + V_K = 2 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 8 + 12\pi \approx 45{,}7$
   Das Volumen beträgt etwa 45,7cm³.

5. Zylinder mit Radius 1 und Höhe 2, auf den eine Halbkugel mit Radius 3 aufgesetzt ist.

   $V = \pi \cdot 1^1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 2\pi + 18\pi = 20\pi \approx 62{,}8$
   Das Volumen beträgt etwa 62,8cm³.

6. Kegel mit Radius 3 und Höhe 2, auf den eine Halbkugel mit Radius 3 aufgesetzt ist.

   $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 24\pi \approx 75{,}4$
   Das Volumen beträgt etwa 75,4cm³.